

Matemática

Unidad 1: CONJUNTOS NUMÉRICOS.

Repaso de los conjuntos numéricos. Números Reales, características, densidad. Potenciación, propiedades. Radicación, propiedades, operaciones. Racionalización de denominadores. Notación decimal, números periódicos. Redondeo. Notación científica. Intervalos de números reales. Valor absoluto: propiedades, desigualdades, ecuaciones, inecuaciones. Proporcionalidad. Regla de tres directa e inversa. Porcentaje.

INTRODUCCIÓN:

El concepto de número es una construcción histórica y cultural ligada a la resolución de problemas. Los números, de acuerdo con sus propiedades pueden ser: naturales, enteros, racionales, irracionales, reales, imaginarios y complejos.

Los conjuntos numéricos constituyen una parte importante de las descripciones de porciones de realidad con fórmulas matemáticas, a partir de mediciones y observaciones. Por ello conocer sus propiedades es fundamental para esas actividades ya que intervienen en los estudios científicos.

El por ello que es importante que desarrolles a lo largo del cursado habilidades y competencias que te permitan reconocer los distintos conjuntos numéricos y sus características, operar con ellos de acuerdo a las propiedades de cada uno, resolver problemas aplicando modelos matemáticos, transferir el conocimiento científico de Física, Química y Matemática a situaciones cotidianas.

Comenzamos!!

Un conjunto es una colección de objetos o cosas que tienen una o más propiedades en común (se simbolizan con letras mayúsculas imprenta), a los objetos que forman un conjunto se los denomina elementos del conjunto (se simbolizan con letra minúsculas imprenta).

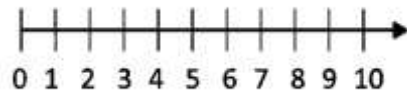
El conjunto de los **Números Reales** está formado por los subconjuntos de los números Naturales, Enteros, Racionales e Irracionales.

Números Naturales (N)

Este conjunto numérico surge de la necesidad de contar (cerros, ríos, lunas, noches, animales) de allí su nombre. Se designa con la letra N, por extensión se expresa:

$$N = \{1,2,3,4, \dots\}$$

Su representación en la recta numérica es:



Sus características son:

- Es un conjunto ordenado.
- Tiene primer elemento, pero no último, es decir que es infinito.
- Entre dos números consecutivos no existe otro número natural, por lo que no es denso.
- Si sumamos o multiplicamos dos números naturales el resultado será otro número natural, no ocurre lo mismo en la diferencia y cociente de naturales.

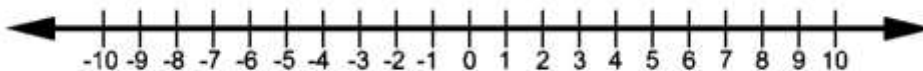
Números Enteros (Z)

¿Qué queda si se resta ocho de siete? Para los griegos esta operación no era posible pues su resultado era menos que nada y nada era el mínimo posible, pero el trueque y las primeras transacciones comerciales introdujo otro punto de vista y se incorporaron los números enteros.

El conjunto de los números enteros está formado por el conjunto de los números naturales y sus opuestos (es decir, los números negativos). Se designa con la letra Z, por extensión se expresa:

$$Z = \{ \dots -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, \dots \}$$

Su representación en la recta numérica es:



Sus características son:

- Es un conjunto ordenado.
- No tiene primer ni último elemento.
- Entre dos números consecutivos no existe otro número entero, por lo que no es denso.
- La adición, sustracción y producto de los números enteros da por resultado otro número entero. No ocurre lo mismo con el cociente de números enteros.

Números Racionales (Q)

Cuando se cuentan personas u objetos utilizamos números enteros, es decir, no podremos utilizar valores intermedios. En cambio, es sencillo pensar que una sesión de entrenamiento dura 2 horas

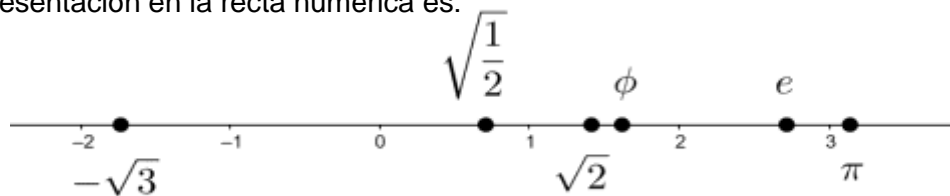
y media, porque el tiempo no se cuenta, se mide. Lo que caracteriza a las unidades de medida es que pueden fraccionarse y eso es lo que permiten los números racionales.

Se define al número racional como aquel número que puede ser expresado como un cociente entre dos números enteros.

Al conjunto de los números racionales se lo representa con la letra Q y está formado por los racionales positivos (Q^+), los racionales negativos (Q^-) y el cero. En él, están todos los números que pueden anotarse como una fracción. Para simbolizarlos se los escribe del siguiente modo:

$\frac{a}{b}$, que es una fracción, donde a es el numerados y b es el denominador.

Su representación en la recta numérica es:



Los números racionales pueden expresarse mediante una fracción o una expresión decimal.

✚ Fracciones:

Una fracción es un cociente entre dos números enteros, a y b llamados numerador y denominador, respectivamente.

El denominador indica la cantidad de partes iguales en las que se divide el entero, y el numerador cuántas de esas partes debemos considerar.

Las fracciones se clasifican en:

- * Propias: el numerador es menor que el denominador, $\frac{3}{5}$, y representan un número menor que 1.
- * Impropias: el numerador es mayor o igual que el denominador, $\frac{7}{4}$ y $\frac{3}{3}$, y representan un número mayor o igual a 1.

Si el numerador de la fracción es múltiplo del denominador, las fracciones representan números enteros y se llaman **fracciones aparentes**: $\frac{3}{3}=1$

Una fracción impropia se puede expresar mediante un número mixto:

$$2\frac{1}{2} = 2 + \frac{1}{2} = \frac{5}{2}$$

- Método práctico para pasar de una fracción impropia a un número mixto:

Para pasar $\frac{13}{5}$ a número mixto se efectúa la división entera 13: 5

$$\begin{array}{r} 13 \overline{)5} \\ 3 \quad 2 \end{array} \quad \frac{13}{5} = 2 \frac{3}{5}$$

Para pasar de número mixto a fracción impropia se realiza lo siguiente:

$$1 \frac{3}{4} = \frac{1 \times 4 + 3}{4} = \frac{4 + 3}{4} = \frac{7}{4}$$

* **Expresiones decimales:**

Si se efectúa la división entre el numerador y el denominador de una fracción, el cociente de la división es la expresión decimal de la fracción.

Las expresiones decimales se clasifican en: Exacta, Periódica (Pura o Mixta)

- ✓ **Expresiones decimales exactas:** Son aquellas que tienen una cantidad finita de cifras decimales. Si es una fracción los factores primos de su denominador deben ser solamente 2 y/o 5.
- ✓ **Expresiones decimales periódicas:** Surgen de una división no exacta entre dos números enteros donde la parte decimal se repite infinitas veces. Las cifras repetidas forman el período.

- Expresiones decimales periódicas puras: el periodo comienza en la primera cifra decimal.

Ejemplo: $\frac{5}{33} = 0,151515 \dots = 0,1\overline{5}$

- Expresiones decimales periódicas mixtas: el período no comienza en la primera cifra decimal.

Ejemplo: $\frac{71}{15} = 4,733333 \dots = 4,7\overline{3}$

Para escribir expresiones decimales como expresiones fraccionarias podemos utilizar los siguientes métodos:

- * Si una expresión decimal exacta, el numerador se forma considerando toda la expresión decimal sin coma, el denominador surge de escribir la unidad (1) seguida de tantos ceros como cifras decimales tenga la expresión.

Ejemplo:

$$3,9 = \frac{39}{10}, \quad 2,37 = \frac{237}{100}, \quad 0,007 = \frac{7}{1000}$$

- * Si es una expresión decimal periódica, el numerador se forma considerando toda la expresión decimal sin coma, restándole la parte no periódica, y el denominador surge de escribir un 9 por cada cifra decimal periódica y un 0 por cada cifra decimal no periódica.

Ejemplo:

Periódica Pura: $4, \widehat{21} = \frac{421-4}{99} = \frac{417}{99}$

$0, \widehat{142} = \frac{142}{999}$

Periódica Mixta: $2,2\widehat{5} = \frac{225-22}{90}$

$0,1\widehat{2} = \frac{12-1}{90} = \frac{11}{90}$

- **Propiedades del conjunto de números racionales:**

- ✓ El conjunto Q no tienen ni primer ni último elemento, es decir que es **infinito**.
- ✓ El conjunto Q es un conjunto **ordenado** ya que podemos definir la relación “es menor o igual a”.
- ✓ El conjunto Q es un conjunto **denso** pues entre dos números racionales cualesquiera, siempre existe un tercero.

Números Irracionales (I)

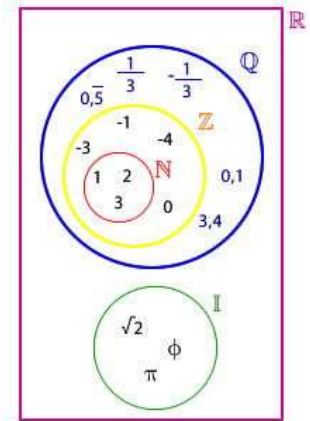
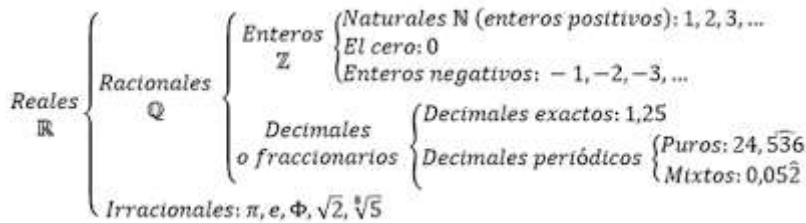
No siempre es posible pasar las expresiones decimales a fracciones, a estos números se los denomina irracionales, ya que tienen infinitas cifras decimales no periódicas, por ejemplo: $\sqrt{2}, \pi, \sqrt[3]{5}, \sqrt{p}$ (donde p es un número primo), entre otros.

El número π es el más famoso de los irracionales. π es la cantidad de veces que el diámetro de toda circunferencia está incluido en la longitud de la misma. Interviene en las siguientes fórmulas:

$$\text{Longitud de la circunferencia} = \pi \cdot d = 2\pi r$$

$$\text{Área del círculo: } \pi \cdot r^2$$

Resumiendo: Los números naturales nos permiten contar, los enteros incorporan la negatividad de ciertas situaciones (deudas, temperaturas bajo cero, etc.), los racionales posibilitan partir los enteros y los irracionales como π o e completan la recta numérica. Podemos decir entonces que hay dos grandes grupos de números, los racionales (que incluyen a los naturales y los enteros) y los irracionales. La unión de estos dos grandes grupos conforma el **conjunto de los números reales**.



Como podemos observar: $R = Q \cup I$

+ CARACTERIZACION DE IR:

El conjunto de los números reales es:

- ✓ Ordenado, ya que puede establecerse la ley de orden (es mayor o igual, es menor o igual)
- ✓ Infinito ya que no tiene ni primer ni último elemento
- ✓ Denso ya que entre dos números reales existen infinitos números reales.
- ✓ Completo ya que a cada punto de la recta numérica le corresponde un número real y viceversa.

OPERACIONES EN R:

La **suma** y el **producto** en **IR** cumplen las mismas propiedades que en el conjunto de números racionales. Recordamos:

- Propiedades de la adición en reales
 - a) Asociativa: Para todo número real x, y, z se cumple que:

$$x + (y+z) = (x+ y) +z$$
 - b) Conmutativa: Para todo número real x, y se cumple que $x+ y= y +x$
 - c) Existencia del elemento neutro "0": Para todo número real x , existe el número real 0 que cumple $x + 0= 0+x= x$
 - d) Existencia del elemento simétrico u opuesto: Para todo número real x , existe el número real $-x$, que cumple $x+(-x) =(-x) +x=0$
- Propiedades de la multiplicación en reales
 - a) Asociativa: Para todo número real x, y, z se cumple que

- $x \cdot (y \cdot z) = (x \cdot y) \cdot z$
- b) Conmutativa para todo número real x, y se cumple que $x \cdot y = y \cdot x$
- c) Existencia del elemento neutro “1” para todo número real x , existe el número real 1 que cumple $x \cdot 1 = 1 \cdot x = x$
- d) Existencia de elemento simétrico o inverso para todo número real x , existe el número real x^{-1} , que cumple $x \cdot x^{-1} = x^{-1} \cdot x = 1$
- e) Distributiva de la multiplicación con respecto a la adición para todo número real x, y, z se cumple $x \cdot (y+z) = x \cdot y + x \cdot z$

❖ **CÁLCULO Y PROPIEDADES DE POTENCIACIÓN Y RADICACIÓN:**

➤ **Potenciación en \mathbb{R}**

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \dots a}_n = b$$

Al número **a** lo llamamos base, a **n** exponente y a **b** potencia.

Algunas potencias:

a) $a^1 = a$

b) $a^0 = 1$

c) $a^{-n} = \left(\frac{1}{a}\right)^n$

Regla de los signos:

- Base + y exponente par \Rightarrow resultado +
- Base + y exponente impar \Rightarrow resultado +
- Base – y exponente par \Rightarrow resultado +
- Base – y exponente impar \Rightarrow resultado –

✚ Propiedades de la potenciación:

Cualesquiera sean a, b y c de \mathbb{R} . Cualesquiera sean n y m se verifica que:

- **Propiedad distributiva de la Potenciación con respecto a la multiplicación y división:**

$$(a \cdot b)^n = a^n \cdot b^n$$

$$(a : b)^n = a^n : b^n$$

¿La potenciación es distributiva con respecto a la suma y a la resta?.....

Por ejemplo:

- **Producto de potencias de igual base:** $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$
- **Cociente de potencias de igual base:** $a^n : a^m = a^{n-m}$
- **Potencia de otra potencia:** $(a^n)^m = a^{n \cdot m}$

- **Potencia de exponente racional:** $a^{\frac{n}{m}} = \sqrt[m]{a^n}$

➤ **Radicación en R**

$$\sqrt[n]{a} = r \Leftrightarrow a = r^n$$

Al número **a** lo llamamos radicando, a **n** índice y a **r** raíz.

Regla de los signos:

- Radicando + e índice par \Rightarrow resultado +
- Radicando + e índice impar \Rightarrow resultado +
- Radicando – e índice par \Rightarrow No existe solución en R
- Radicando – e índice impar \Rightarrow resultado -

Recordemos las propiedades de la radicación

✚ **Propiedades:**

Cualesquiera sean a, b y c de R. Cualesquiera sean n y m se cumple que

- **Propiedad distributiva de la radicación con respecto a la multiplicación y división:**

$$\sqrt[n]{a \cdot b} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} \quad \sqrt[n]{a : b} = \sqrt[n]{a} : \sqrt[n]{b}$$

¿La radicación es distributiva con respecto a la suma y a la resta?..... Por ejemplo:

- **Raíz de raíz:** $\sqrt[m]{\sqrt[n]{a}} = \sqrt[m \cdot n]{a}$
- **Simplificación**

$$\sqrt[n]{a^n} = \begin{cases} |a| & (\text{si } n \text{ es par}) \\ a & (\text{si } n \text{ es impar}) \end{cases}$$

$$\sqrt[4]{5^4} = |5| = 5$$

$$\sqrt[6]{(-3)^6} = |-3| = 3$$

$$\sqrt[3]{6^3} = 6$$

$$\sqrt[7]{(-2)^7} = -2$$

- **Multiplicación de índice y exponentes por un mismo valor**

$$\underline{\underline{\sqrt[n]{a^m} = \sqrt[n \cdot r]{a^{m \cdot r}}}}$$

Extracción de factores de un radical:

Con las propiedades estudiadas anteriormente, podemos simplificar diferentes expresiones que contengan raíces, lo cual nos servirá para resolver diferentes ejercicios. Recordar que, siempre que sea posible, debemos factorizar el radicando

Algunos casos son:

1. Si el exponente del radicando es menor que el índice, el factor correspondiente se deja en el radicando. Por ejemplo:

$$\text{a) } \sqrt{6} = \sqrt{2 \cdot 3}$$

$$\text{b) } \sqrt[3]{9} = \sqrt[3]{3^2}$$

2. Si el exponente del radicando es igual al índice, el factor correspondiente sale fuera del radicando. Por ejemplo:

$$\text{a) } \sqrt{12} = \sqrt{2^2 \cdot 3} = 2 \cdot \sqrt{3}$$

$$\text{b) } \sqrt[3]{24} = \sqrt[3]{2^3 \cdot 3} = 3 \sqrt[3]{3}$$

3. Si el exponente del radicando es mayor que el índice, se divide dicho exponente por el índice. El cociente obtenido (es decir, el resultado de la división) es el exponente del factor fuera del radicando y el resto es el exponente del factor dentro del radicando. Por ejemplo:

$$\text{a) } \sqrt[3]{32} = \sqrt[3]{2^5} = 2 \sqrt[3]{2^2}$$

$$\text{b) } \sqrt{48} = \sqrt{2^4 \cdot 3} = 2^2 \sqrt{3} = 4 \sqrt{3}$$

Introducción de factores en un radical:

Para introducir factores en un radical se elevan los factores (que queramos introducir al radical) al índice del radical. Es decir: $a^n \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a^n \cdot b}$

Por ejemplo: $5^4 \sqrt[4]{3} = \sqrt[4]{5^4 \cdot 3}$

Suma de radicales semejantes:

Solamente pueden sumarse (o bien, restarse) dos radicales cuando son **semejantes**.

“Dos radicales son semejantes cuando tienen mismo índice y radicando”. Por ejemplo:

- a) $\sqrt{6} + \sqrt{5}$: como no tienen igual radicando no son semejantes, con lo cual no puedo sumarlos.
- b) $\sqrt{8} - \sqrt{32}$: a primera vista uno diría que estos radicales no son semejantes, por lo que deberemos extraer factores fuera del radical y luego evaluar si son semejantes. Por lo que: $\sqrt{8} - \sqrt{32} = \sqrt{2^3} - \sqrt{2^5} = 2\sqrt{2} - 4\sqrt{2} = -2\sqrt{2}$

Los pudimos operar porque ambos radicales son semejante

Multiplicación de radicales:

Los radicales pueden multiplicarse entre sí y encontraremos dos casos. Cuando los índices son iguales y cuando los índices son diferentes. Analicemos cada caso:

1. Radicales de igual índice:

Para multiplicar radicales con el mismo índice se multiplican los radicandos y se deja el mismo índice.

Por ejemplo:

a) $\sqrt{6} \cdot \sqrt{6} = \sqrt{6 \cdot 6} = \sqrt{36} = 6$

b) $\sqrt[3]{3x^2} \cdot \sqrt[3]{9 \cdot x^5} = \sqrt[3]{3 \cdot 9 \cdot x^2 \cdot x^5} = \sqrt[3]{3^3 \cdot x^7} = \sqrt[3]{3^3 \cdot x^6 \cdot x} = 3x^2 \sqrt[3]{x}$

2. Radicales de distinto índice:

Para multiplicar radicales de distinto índice, debemos hallar el m.c.m. (mínimo común múltiplo) entre los índices con el fin de que nos queden radicales de igual índice. Pero debemos multiplicar también a los exponentes de los factores que forman el radicando. Veamos un ejemplo:

a) $\sqrt{2} \cdot \sqrt[3]{25} = \sqrt[6]{2^3 \cdot 5^4}$

b) $\sqrt{3} \cdot \sqrt[3]{9} \cdot \sqrt[4]{27} = \sqrt[12]{3^6 \cdot 3^8 \cdot 3^9} = \sqrt[12]{3^{23}} = \sqrt[12]{3^{12} \cdot 3^{11}} = 3 \sqrt[12]{3^{11}}$

Racionalización de denominadores:

La racionalización de denominadores consiste en eliminar los radicales del denominador, con el fin de facilitar el cálculo de diferentes como la suma o resta de fracciones. Recordemos que multiplicar y dividir por el mismo número equivale a

multiplicar por 1, lo cual sabemos que no altera la expresión que tengamos. Distinguiremos 2 casos, los cuales se desarrollarán a continuación:

- Primer Caso: Hay un único radical en el denominador.

$$1) \frac{10}{\sqrt[3]{2}} = \frac{10}{\sqrt[3]{2}} \cdot \frac{\sqrt[3]{2^2}}{\sqrt[3]{2^2}} = \frac{10\sqrt[3]{4}}{\sqrt[3]{2^3}} = \frac{10 \cdot \sqrt[3]{4}}{2} = 5\sqrt[3]{4}$$

$$2) \frac{4}{\sqrt[9]{256y^8}} = \frac{4}{\sqrt[9]{2^8y^8}} \cdot \frac{\sqrt[9]{2y}}{\sqrt[9]{2y}} = \frac{4 \cdot \sqrt[9]{2y}}{\sqrt[9]{2^9y^9}} = \frac{4 \sqrt[9]{2y}}{2y} = \frac{2 \sqrt[9]{2y}}{y}$$

- Segundo Caso:

- Hay una suma o resta de un número racional y un radical de índice 2 en el denominador.

$$3) \frac{\sqrt{2}-1}{4-\sqrt{6}} = \frac{\sqrt{2}-1}{4-\sqrt{6}} \cdot \frac{4+\sqrt{6}}{4+\sqrt{6}} = \frac{(\sqrt{2}-1) \cdot (4+\sqrt{6})}{4^2 - (\sqrt{6})^2} = \frac{4\sqrt{2}-4+\sqrt{12}-\sqrt{6}}{16-6} = \frac{4\sqrt{2}-4+2\sqrt{3}-\sqrt{6}}{10}$$

- Hay una suma o resta de dos radicales de índice 2 en el denominador.

$$4) \frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{5}+\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{5}-\sqrt{3}}{\sqrt{5}-\sqrt{3}} = \frac{(\sqrt{5}-\sqrt{3})^2}{(\sqrt{5})^2 - (\sqrt{3})^2} = \frac{(\sqrt{5})^2 - 2\sqrt{15} + (\sqrt{3})^2}{2} = \frac{8-2\sqrt{15}}{2} = 4 - \sqrt{15}$$

Redondeo

Para redondear un número a un determinado orden tenemos que fijarnos en la cifra que se encuentra a la derecha de la que queremos redondear:

- Si esa cifra es mayor o igual que 5, aumentamos en una unidad la cifra a redondear.
- Si esa cifra es menor que 5, la dejamos igual. Por ejemplo:

2,5781 redondeado al orden de los décimos es

2,6. 2,5781 redondeado al orden de los

centésimos es 2,58. 2,5781 redondeado al orden

de los milésimos es 2,578.

Notación científica

La notación científica se utiliza para escribir números muy grandes o muy pequeños de manera abreviada. Un número está escrito en notación científica cuando se expresa como

producto entre una potencia de 10 y un número mayor que 1 y menor que 10.

Por ejemplo:

$$1.600 = 1,6 \cdot 10^3$$

$$23.600.000 = 2,36 \cdot 10^7$$

$$0,0345 = 3,45 \cdot 10^{-2}$$

$$0,00078 = 7,8 \cdot 10^{-4}$$

Intervalos de números reales

Un intervalo es un subconjunto de la recta real, y contiene a todos los números que están comprendidos entre dos cualesquiera de sus elementos. Por ejemplo, (a, b) es un intervalo que comprende a todos los números que están entre a y b .

– Intervalo cerrado: $[a, b]$

Significa todos los números mayores o iguales que a y menores o iguales que b .

Simbólicamente lo escribimos como: $[a, b] = \{x / a \leq x \leq b\}$

– Intervalo abierto: (a, b)

Significa todos los números mayores que a y menores que b .

Simbólicamente lo escribimos como: $(a, b) = \{x / a < x < b\}$

Valor absoluto

El valor absoluto o módulo de un número real cualquiera es la distancia que hay de ese número al 0. Como toda distancia, el valor absoluto es siempre positivo. Lo escribimos entre

$| \cdot |$. Por ejemplo:

$$|7| = 7$$

$$|-7| = 7$$

Propiedades

- $|0| = 0$
- $|a| \cdot |b| = |a \cdot b|$
- $|a + b| \leq |a| + |b|$

¿Qué es una ecuación?

Es una propuesta de igualdad en donde pueden aparecer una o más incógnitas involucradas en una expresión algebraica. Dependiendo del tipo de expresión algebraica que aparezca en la igualdad será el **tipo de ecuación**, y el camino a seguir para resolverla. Resolver una ecuación significa encontrar el o los valores de la o las variables (si es que existen) que hagan que la igualdad sea válida.

Ecuación lineal

Es una propuesta de igualdad en donde la incógnita aparece en una expresión elevada a la potencia uno. Por ejemplo:

$$2x + 3 = 4x - 5$$

Decimos que dos ecuaciones son **equivalentes** si tienen el mismo conjunto solución.

Por ejemplo:

$$3x - 7 = 23 \quad \text{y} \quad 5x - 4 = 6 + 4x$$

Son equivalentes ya que tienen el mismo conjunto solución ($x = 10$)

Para resolver las ecuaciones hay transformaciones que mantienen las igualdades:

- Sumar o restar la misma expresión en ambos miembros de la igualdad.
- Multiplicar o dividir los dos miembros de la igualdad por el mismo número distinto de cero.

Es importante recordar, que una ecuación puede tener: una, ninguna o infinitas soluciones.

(Apuntar las que la profesora a desarrollado en el pizarrón)

MÓDULO DE UN REAL

El **módulo** o **valor absoluto** de un número real es su distancia al cero sobre la recta real. Para todo número real x , su módulo se expresa: $|x|$

$$\forall x \in \mathbb{R} : |x| = \begin{cases} x & \text{si } x \geq 0 \\ -x & \text{si } x < 0 \end{cases}$$

a) $|5| = 5$

b) $|-7| = 7$

Propiedades del módulo:

1) $|x| \geq 0$

Ejemplo: a) $|-6| = -(-6) = 6$ b) $\left|\frac{7}{8}\right| = \frac{7}{8}$ c) $|0| = 0$

2) $|x| = |-x|$

Ejemplo: a) $|0.02| = |-0,02| = -(-0,02) = 0,02$ b) $|132| = |-132| = -(-132) = 132$

$$3) |x + y| \leq |x| + |y|$$

$$\text{Ejemplo: a) } |8 + 4,1| \leq |8| + |4,1|$$

$$|12,1| \leq 8 + 4,1$$

$$12,1 \leq 12,1$$

$$\text{b) } |1,4 + (-2)| \leq |1,4| + |-2|$$

$$|-0,6| \leq 1,4 + 2$$

$$0,6 \leq 3,4$$

$$4) |x \cdot y| = |x| \cdot |y|$$

$$\text{Ejemplo: a) } |6 \cdot (-5)| = |6| \cdot |-5|$$

$$|-30| = 6 \cdot 5$$

$$30 = 30$$

$$\text{b) } |-0,1 \cdot (-9,5)| = |-0,1| \cdot |-9,5|$$

$$|0,95| = 0,1 \cdot 9,5$$

$$0,95 = 0,95$$

$$5) |x| > a \wedge a > 0 \Rightarrow x > a \vee x < -a \Rightarrow x \in (-\infty; -a) \cup (a; +\infty)$$

Ejemplos:

$$\text{a) } |x| > 6 \Rightarrow x > 6 \vee x < -6 \Rightarrow x \in (-\infty; -6) \cup (6; +\infty)$$

$$\text{b) } |x| \geq 2,5 \Rightarrow x \geq 2,5 \vee x \leq -2,5 \Rightarrow x \in (-\infty; -2,5] \cup [2,5; +\infty)$$

$$6) |x| < a \wedge a > 0 \Rightarrow -a < x < a \Rightarrow x \in (-a; a)$$

Ejemplos:

$$\text{a) } |x| < 8 \Rightarrow -8 < x < 8 \Rightarrow x \in (-8; 8)$$

$$\text{b) } |x| \leq \frac{9}{2} \Rightarrow -\frac{9}{2} < x < \frac{9}{2} \Rightarrow x \in \left(-\frac{9}{2}; \frac{9}{2}\right)$$

❖ Ecuaciones con módulo

Para resolver ecuaciones en las que aparecen módulos que incluyen a la incógnita, se deben tener presentes tanto la definición de este concepto como sus propiedades.

Ejemplos:

$$\text{a) } |x + 3| = 7 \rightarrow \text{Debe eliminarse el módulo, aplicando la definición.}$$

$$\text{I) } x + 3 \geq 0 \Rightarrow x \geq -3$$

v

$$\text{II) } x + 3 < 0 \Rightarrow x < -3$$

$$x + 3 = 7 \Rightarrow x = 4$$

$$-x - 3 = 7 \Rightarrow x = -10$$

$$\text{b) } 3|2 - 3x| + 2 = x + 5 \rightarrow \text{debe eliminarse el módulo, aplicando la definición.}$$

$$\text{I) } 2 - 3x \geq 0 \Rightarrow x \leq \frac{2}{3}$$

v

$$\text{II) } 2 - 3x < 0 \Rightarrow x > \frac{2}{3}$$

$$3(2 - 3x) + 2 = x + 5$$

$$3(-2 + 3x) + 2 = x + 5$$

$$6 - 9x + 2 = x + 5$$

$$6 - 9x + 2 = x + 5$$

$$-10x = -3$$

$$8x = 9$$

$$x = \frac{3}{10}$$

$$x = \frac{9}{8}$$

- Inecuaciones:

Una inecuación es una desigualdad en donde hay por lo menos un valor desconocido. Las inecuaciones se resuelven como las ecuaciones, salvo en el caso en que se multiplique o divida por un número negativo. En dicho caso se cambia el sentido de la desigualdad.

Las desigualdades se representan mediante los siguientes símbolos:

“< ” → **Menor**

“> ” → **Mayor**




“≤ ” **Menor o igual**

“≥ ” **Mayor o igual**

Resolver una inecuación implica hallar el o los valores que verifican dicha desigualdad.

Al resolver una inecuación se encuentra un conjunto de valores que la verifican; este conjunto se llama conjunto solución.

Ejemplos:

Inecuación Sencilla	Inecuación con la incógnita en los dos miembros	Inecuación aplicando propiedad distributiva
$x + 12 > 8$ $x > 8 - 12$ $x > -4$  $S = \{(-\infty; -4)\}$	$2x + 1 \leq 5x - 8$ $2x - 5x \leq -8 - 1$ $-3x \leq -9$ $x \geq -9: (-3)$ $x \geq 3$  $S = \{(3; +\infty)\}$	$2 - 4(x + 3) \geq 5(x + 1) + 3$ $2 - 4x - 12 \geq 5x + 5 + 3$ $-10 - 4x \geq 5x + 8$ $-4x - 5x \geq 8 + 10$ $-9x \geq 18$ $x \leq 18: (-9)$ $x \leq -2$  $S = \{(-\infty; -2]\}$

Si observamos el conjunto solución podremos diferenciar que cada vez que el signo de la desigualdad es < ó > ese valor no se puede “tomar” ya que no hay ningún número que cumpla con la condición de ser menor o mayor que sí mismo. En esos casos el conjunto solución se los indica con un paréntesis y en la recta numérica se pone un círculo en ese número.

Así mismo, cada vez que la desigualdad es ≤ ó ≥ ese valor sí se puede “tomar” ya que la expresión es menor o **igual**, es mayor o **igual**; deja la posibilidad de que el número sea igual a sí

mismo, y esto se verifica en todos los números. Por lo que gráficamente, en la recta se coloca un punto en ese número.

Proporcionalidad Directa

Significa que, si una variable aumenta, la otra aumentará en la misma proporción. La proporcionalidad directa entre dos magnitudes A y B se representa como:

$$A = k \cdot B$$

Por ejemplo: la relación que hay entre un producto y su precio es directamente proporcional. Si 1 mochila cuesta \$10.000, 2 mochilas cuestan \$20.000

Proporcionalidad Inversa

Es lo opuesto a la proporcionalidad directa ya que implica que, si una variable se incrementa, la otra se disminuirá de la misma manera y viceversa. La proporcionalidad inversa entre dos magnitudes A y B se representa como:

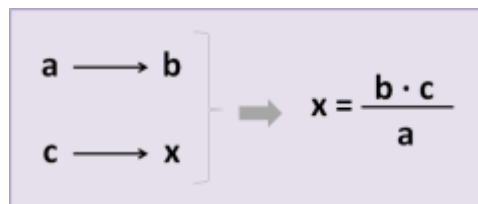
$$A = \frac{k}{B}$$

Por ejemplo: si a un gato la bolsa de alimento le dura 6 semanas, a dos gatos (que coman exactamente lo mismo) la bolsa de alimento les durará 3 semanas.

Regla de 3

La regla de 3 consiste en resolver problemas de proporcionalidad entre valores conocidos y una incógnita.

- **Regla de 3 directa:** la regla de 3 directa se utiliza para proporcionalidades que son directas.



$$\left. \begin{array}{l} a \longrightarrow b \\ c \longrightarrow x \end{array} \right\} \longrightarrow x = \frac{b \cdot c}{a}$$

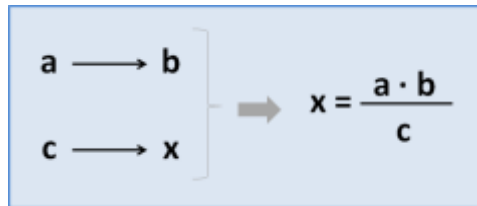
Por ejemplo: un auto pesa 2.000 kg. ¿Cuánto pesarán 3 autos iguales?

1 ___ 2.000

3 ___ x

Entonces, 3 autos pesarán 6000 kg.

- **Regla de 3 inversa:** la regla de 3 directa se utiliza para proporcionalidades que son inversas.



$$\begin{array}{l} a \longrightarrow b \\ c \longrightarrow x \end{array} \Rightarrow x = \frac{a \cdot b}{c}$$

Por ejemplo: una manguera libera 20 litros de agua por hora y tarda 3 horas en llenar un depósito. ¿Cuánto tardará en llenar el mismo depósito si libera 10 litros de agua?

20 litros ___ 3 horas

10 litros ___ x

$$x = \frac{20 \cdot 3}{10} = 6$$

Entonces, se demorará 6 horas en llenar el mismo depósito.

Porcentajes

Los porcentajes son una forma de referirse a la proporción tomando como referencia al número 100. El total de alguna cantidad suele identificarse con el 100%.

Para calcular porcentajes, se recomienda utilizar la regla de 3 que vimos anteriormente.

Por ejemplo:

Para anestésiar un animal de 20 kg se estipula que el sedante debe tener una concentración del 100%. ¿Qué concentración debe tener el sedante para que haga efecto en un animal de 12kg?

20 kg ___ 100%

12 kg ___ x

$$x = \frac{12 \cdot 100}{20} = 60\%$$



INGRESO 2026 – Cs. Veterinarias

Porcentajes

Los porcentajes son una forma de referirse a la proporción tomando como referencia al número 100. El total de alguna cantidad suele identificarse con el 100%.

Para calcular porcentajes, se recomienda utilizar la regla de 3 que vimos anteriormente.

Por ejemplo:

Para anestésiar un animal de 20 kg se estipula que el sedante debe tener una concentración del 100%. ¿Qué concentración debe tener el sedante para que haga efecto en un animal de 12 kg?

20 kg ____ 100%

12 kg ____ x

$$x = \frac{12 \cdot 100}{20} = 60$$

La concentración es del 60%



INGRESO 2024 – Cs. Veterinarias